با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی (۲) پایه یازدهم
پودمان چهارم

عنوان فصل: لگاریتم و خواص آن

از صفحه‌ی ۹۳ تا صفحه‌ی ۱۱۲ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل لگاریتم و خواص آن آمده است.

مباحث فصل: لگاریتم، خواص لگاریتم

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۹۵ · فعالیت — فاصله‌ی ستارگان و توان‌های عدد ۳ ... ۴

۲ صفحه ۹۶ · کار در کلاس — تعریف لگاریتم ۵

۳ صفحه ۹۷ · فعالیت — مبنای ۱ برای لگاریتم ۵

۴ صفحه ۹۹ · کار در کلاس — تساوی لگاریتمی و توان‌دار ... ۶

۵ صفحه ۱۰۰ · فعالیت — علامت عدد در لگاریتم ۶

۶ صفحه ۱۰۱ · کار در کلاس — ویژگی‌های لگاریتم یک و مبنا ... ۷

۷ صفحه ۱۰۲ · کار در کلاس — استفاده از ماشین حساب: لگاریتم ۹ و ۰٫۰۰۱۶ ... ۸

۸ صفحه ۱۰۳ · مسئله — تعریف لگاریتم ۸

۹ صفحه ۱۰۳ · مسئله — نوشتن تساوی لگاریتمی ۸

۱۰ صفحه ۱۰۳ · مسئله — نوشتن تساوی توان‌دار ۹

۱۱ صفحه ۱۰۳ · مسئله — محاسبه‌ی لگاریتم ۹

۱۲ صفحه ۱۰۳ · مسئله — ماشین حساب و تقریب لگاریتم ... ۱۰

۱۳ صفحه ۱۰۳ · مسئله — رشد باکتری (۴ برابر) ۱۰

۱۴ صفحه ۱۰۳ · مسئله — تساوی لگاریتمی با ویژگی خاص ... ۱۰

۱۵ صفحه ۱۰۴ · فعالیت — لگاریتم حاصل‌ضرب ۱۱

۱۶ صفحه ۱۰۶ · کار در کلاس — استفاده از ماشین حساب: log(a+b) ... ۱۱

۱۷ صفحه ۱۰۶ · کار در کلاس — کاربرد خاصیت ضرب لگاریتم ... ۱۲

۱۸ صفحه ۱۰۷ · فعالیت — لگاریتم تقسیم ۱۲

۱۹ صفحه ۱۰۷ · کار در کلاس — استفاده از ماشین حساب: log(a−b) ... ۱۳

۲۰ صفحه ۱۰۸ · کار در کلاس — لگاریتم تفاضل و خارج‌قسمت ... ۱۳

۲۱ صفحه ۱۰۸ · فعالیت — لگاریتم توان ۱۴

۲۲ صفحه ۱۰۹ · کار در کلاس — ساده کردن عبارت‌های لگاریتمی ... ۱۵

۲۳ صفحه ۱۱۰ · فعالیت — تغییر مبنای لگاریتم ۱۵

۲۴ صفحه ۱۱۱ · کار در کلاس — استفاده از ماشین حساب: log5(8) ... ۱۶

۲۵ صفحه ۱۱۱ · کار در کلاس — نوشتن به صورت یک لگاریتم ... ۱۶

۲۶ صفحه ۱۱۲ · مسئله — نوشتن به صورت یک لگاریتم ۱۶

۲۷ صفحه ۱۱۲ · مسئله — محاسبه با مقادیر تقریبی لگاریتم ۲ و ۳ ... ۱۷

۲۸ صفحه ۱۱۲ · مسئله — بررسی درستی تساوی‌ها ۱۷

۲۹ صفحه ۱۱۲ · مسئله — لگاریتم حاصل‌ضرب با ماشین حساب ... ۱۷

۳۰ صفحه ۱۱۲ · مسئله — رشد باکتری (۲ برابر) ۱۸

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱ صفحه ۹۵ **فعالیت**

فاصله‌ی زمین از خورشید تقریباً ۱۲۹۱۴۰۱۶۳ کیلومتر و فاصله‌ی ستاره‌ی پروکسیما قنطورس تا زمین تقریباً ۱۷۷۱۴۷ برابر فاصله‌ی زمین تا خورشید است. ۱) برای تعیین فاصله‌ی این ستاره تا زمین باید از کدام چهار عمل اصلی استفاده کرد؟ حدس می‌زنید برای انجام این عمل چقدر زمان نیاز دارید؟

۲) ستاره‌ی شباهنگ (سیروس) در فاصله‌ی تقریبی ۶۸۶۳۰۳۷۷۳۶۴۸۸۳ کیلومتری از زمین است. اگر بخواهیم بدانیم فاصله‌ی شباهنگ از زمین چند برابر فاصله‌ی خورشید تا زمین است، چه عملی باید انجام دهید؟ حدس می‌زنید زمان انجام این عمل چقدر است؟

۳) با استفاده از جدول توان‌های عدد ۳ جاهای خالی را کامل کنید و حاصل را با استفاده از ضرب (تقسیم) اعداد توان‌دار بنویسید. 3^... x 3^... = 3^... 129140163 x 177147 = 68630377364883 / 129140163 = 3^... / 3^... = 3^...

۴) با استفاده از قسمت قبل و جدول به سؤال‌های (الف) و (ب) پاسخ دهید. الف) فاصله‌ی پروکسیما قنطورس از زمین چقدر است؟ ب) فاصله‌ی ستاره‌ی شباهنگ (سیروس) چند برابر فاصله‌ی خورشید تا زمین است؟

۵) محاسبه‌ی مستقیم ساده‌تر است یا استفاده از جدول؟ زمان انجام کدام روش کمتر است؟

---

۱) باید دو عدد را در هم **ضرب** کنیم: 177147 x 129140163. ضرب دستی دو عدد ۹ رقمی و ۶ رقمی کار طولانی و پرخطایی است و چند دقیقه (با احتمال اشتباه) زمان می‌برد.

۲) باید عدد بزرگ‌تر را بر عدد کوچک‌تر **تقسیم** کنیم: 68630377364883 / 129140163. تقسیم دستی دو عدد به این بزرگی نیز زمان زیادی (چند دقیقه یا بیشتر) لازم دارد.

۳) از جدول می‌خوانیم: 3^17 = 129140163، 3^11 = 177147 و 3^29 = 68630377364883. پس:

```
129140163 x 177147 = 3^17 x 3^11 = 3^(17+11) = 3^28
68630377364883 / 129140163 = 3^29 / 3^17 = 3^(29-17) = 3^12
```

۴) الف) طبق جدول 3^28 = 22876792454961:

فاصله‌ی پروکسیما قنطورس از زمین ۲۲۸۷۶۷۹۲۴۵۴۹۶۱ کیلومتر است.

ب) از جدول 3^12 = 531441:

فاصله‌ی شباهنگ از زمین ۵۳۱۴۴۱ برابر فاصله‌ی خورشید تا زمین است.

۵) استفاده از جدول ساده‌تر و سریع‌تر است؛ چون به جای ضرب و تقسیم اعداد بزرگ، فقط توان‌ها (اعداد کوچک) را جمع و تفریق می‌کنیم و سپس مقدار حاصل را از جدول می‌خوانیم.

توشه‌ای برای موفقیت

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

۲ صفحه ۹۶ کار در کلاس

۱) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) از 3^4 = 81 نتیجه می‌شود: لگاریتم ..... در مبنای ..... عدد ۴ است. ب) لگاریتم ۱۰۰۰۰ در مبنای ۱۰ عدد ..... است؛ زیرا ...^10 = 10000 پ) 4^2 = 16 نشان می‌دهد: لگاریتم ..... در مبنای ۴ عدد ..... است.

۲) عدد ۶۴ را به‌صورت یک عدد توان‌دار با پایه‌ی ۲ نوشته و با استفاده از آن لگاریتم ۶۴ در مبنای ۲ را بنویسید.

۱. لگاریتم **۸۱** در مبنای **۳** عدد ۴ است؛ یعنی log3(81) = 4.

۲. لگاریتم ۱۰۰۰۰ در مبنای ۱۰ عدد **۴** است؛ زیرا 10^4 = 10000.

۳. از 2^4 = 16 نتیجه می‌شود: لگاریتم **۱۶** در مبنای ۴ عدد **۲** است؛ یعنی log4(16) = 2.

۲) 2^6 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 64 پس:

log2(64) = 6

۳ صفحه ۹۷ فعالیت

تساوی‌های 1^0 = 1، 1^1 = 1، 1^2 = 1، 1^3 = 1، (−1)^1 = 1، (1/3)^1 = 1، ... را در نظر بگیرید. ۱) در تساوی 1 = ...^1 به‌جای نقطه‌چین چه اعدادی می‌توان قرار داد؟

۲) آیا می‌توان عدد a را طوری پیدا کرد که 1^a = 2؟ به عبارت دیگر آیا لگاریتم ۲ در مبنای ۱ قابل تعریف است؟

۳) آیا عدد a را می‌توان طوری یافت که در تساوی 1^a = 3 صدق کند؟ به عبارت دیگر آیا لگاریتم ۳ در مبنای ۱ قابل تعریف است؟

۴) آیا عددی غیر از ۱ را می‌توان به‌صورت عددی توان‌دار با پایه‌ی ۱ نوشت؟ چرا؟

۵) با توجه به نتایج بالا، فکر می‌کنید می‌توان عدد ۱ را به‌عنوان مبنای لگاریتم انتخاب کرد؟ چرا؟

۱) به‌جای نقطه‌چین هر عدد حقیقی دلخواه می‌توان قرار داد؛ زیرا ۱ به هر توانی برسد، حاصل ۱ است.

۲) خیر؛ چون 1^a = 1 و هیچ‌گاه برابر ۲ نمی‌شود. پس log1(2) قابل تعریف نیست.

۳) خیر؛ به همین دلیل 1^a همواره ۱ است و نمی‌تواند برابر ۳ شود. پس log1(3) نیز قابل تعریف نیست.

۴) خیر؛ هر توانی از ۱ برابر خود ۱ است، پس تنها عددی که به‌صورت توانی از ۱ نوشته می‌شود، همان ۱ است.

۵) خیر؛ اگر مبنا ۱ باشد، لگاریتم هیچ عددی غیر از ۱ تعریف نمی‌شود و لگاریتم خود ۱ هم یک مقدار یکتا ندارد (هر عدد دلخواهی جواب می‌شود).

عدد ۱ را نمی‌توان به‌عنوان مبنای لگاریتم در نظر گرفت.

۴ صفحه ۹۹ کار در کلاس

۱) هر سطر جدول زیر تساوی‌های متناظر را نشان می‌دهد. جدول را کامل کنید.

۲) عدد ۲۵ را به‌صورت یک عدد توان‌دار با پایه‌ی ۵ نوشته و با استفاده از آن حاصل log5(25) را بنویسید.

۱) با استفاده از تعریف لگاریتم (log_a(b) = c یعنی a^c = b):

جدول کامل‌شده

تساوی برحسب لگاریتم	تساوی برحسب عدد توان‌دار
log5(125) = 3	5^3 = 125
log7(49) = 2	7^2 = 49
log3(81) = 4	3^4 = 81
log4(64) = 3	4^3 = 64
log5(25) = 2	5^2 = 25
log_b(2.1) = 3	b^3 = 2.1
log3(27) = 3	3^3 = 27
log8(2) = 1/3	8^(1/3) = 2
log_a(4) = 3.3	a^3.3 = 4

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) 5^2 = 25 پس:

log5(25) = 2

۵ صفحه ۱۰۰ فعالیت

۱) اگر 4^c = b، جدول زیر را کامل کنید. (مقادیر c: ۲-، ۱-، ۰، ۱/۲، ۱، ۲)

۲) آیا در سطر دوم جدول عددی منفی وجود دارد؟ درباره‌ی علامت b چه می‌توان گفت؟

۳) با توجه به اینکه تساوی 4^c = b نشان می‌دهد log4(b) = c، درباره‌ی علامت b در log4(b) چه می‌توان گفت؟

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴) اگر در پایه به‌جای ۴، عدد ۳ باشد، با یک مثال درستی نتیجه‌ای را که از قسمت قبل به دست آورده‌اید بررسی کنید.

۵) اگر a عددی مثبت و مخالف ۱ باشد و a^c = b، درباره‌ی علامت b چه می‌توان گفت؟ درباره‌ی علامت b در log_a(b) چه می‌توان گفت؟ آیا از عدد منفی می‌توان لگاریتم گرفت؟

۱) با جای‌گذاری c در b = 4^c:

جدول کامل‌شده

c	−2	−1	0	1/2	1	2
b = 4^c	1/16	1/4	1	2	4	16

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) خیر؛ در سطر دوم هیچ عدد منفی (و حتی صفر) وجود ندارد. b همیشه عددی **مثبت** است.

۳) چون b = 4^c همواره مثبت است، پس عددی که از آن لگاریتم می‌گیریم (b) باید مثبت باشد.

۴) مثلاً 3^2 = 9، 3^(−2) = 1/9، 3^0 = 1 و 3^(1/2) = sqrt(3)؛ همه مثبت‌اند و این نتیجه را تأیید می‌کنند.

۵) چون a > 0، هر توانی از آن مثبت است؛ پس b = a^c > 0. بنابراین در log_a(b) باید b > 0 باشد.

از عدد منفی (و صفر) نمی‌توان لگاریتم گرفت؛ فقط اعداد مثبت لگاریتم دارند.

۶ صفحه ۱۰۱ **کار در کلاس**

با توجه به ویژگی‌های توان‌رسانی اعداد، جمله‌های زیر را کامل کنید. برای هر عدد مثبت و مخالف ۱ مانند a:

الف) با توجه به a = a^1 داریم: ... = log_a(a) ب) از a^0 = 1 نتیجه می‌شود: ... = log_a(1) پ) برای هر عدد n می‌توان گفت: ... = log_a(a^n) ت) اگر b = a^c آنگاه log_a(b) = c؛ بنابراین: ... = a^(log_a(b))

1. log_a(a) = 1؛ زیرا a = a^1.
2. log_a(1) = 0؛ زیرا 1 = a^0.
3. log_a(a^n) = n؛ زیرا توانی که a را به a^n می‌رساند، همان n است.
4. a^(log_a(b)) = b؛ زیرا c = log_a(b) و a^c = b.

log_a(a) = 1 ، log_a(1) = 0 ، log_a(a^n) = n

توشه ای برای موفقیت

۷ صفحه ۱۰۲ کار در کلاس

با استفاده از ماشین حساب حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید. الف) ... = log 9 ب) ... = log 0.0016

۱. log 9 ~ 0.95

۲. log 0.0016 ~ −2.80

(لگاریتم بدون مبنا یعنی مبنای ۱۰؛ ب جواب منفی است زیرا 0.0016 < 1.)

۸ صفحه ۱۰۳ مسئله

۱) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید: الف) از 64 = 4^3 نتیجه می‌شود: لگاریتم ۶۴ در مبنای ..... عدد ..... است. ب) لگاریتم ۳۲ در مبنای ۲ عدد ..... است؛ زیرا 32 = 2^... پ) از 2^(1/3) = cuberoot(2) نتیجه می‌شود: لگاریتم cuberoot(2) در مبنای ۲ عدد ..... است. ت) با توجه به اینکه 2401 = 7^4 داریم: ... = log7(2401) ث) با توجه به 8^(−1/3) = 1/2 می‌توان گفت: ... = log8(1/2) ج) تساوی‌های 0.001 = 10^(−3) = 1/1000 نشان می‌دهند: ... = log(0.001)

۱. لگاریتم ۶۴ در مبنای **۴** عدد **۳** است؛ log4(64) = 3.

۲. log2(32) = 5؛ زیرا 32 = 2^5.

۳. لگاریتم cuberoot(2) در مبنای ۲ عدد **1/3** است؛ log2(2^(1/3)) = 1/3.

۴. log7(2401) = 4

۵. log8(1/2) = −1/3

۶. log(0.001) = −3

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۹ صفحه ۱۰۳ مسئله

۲) مانند قسمت (الف)، تساوی شامل لگاریتم متناظر با هر قسمت را بنویسید. الف) log4(16) = 2 <-> 4^2 = 16 ب) 10^(−4) = 0.0001 پ) 2^(−3) = 0.125 ت) a^3 = 1.2 ث) x^2 = 4.3 ج) (1/3)^(−2) = 9 چ) (1/7)^(−4) = 2401

۱. log4(16) = 2

۲. log(0.0001) = −4 (مبنای ۱۰)

۳. log2(0.125) = −3

۴. log_a(1.2) = 3

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

5. log_x(4.3) = 2

6. log(1/3)(9) = −2 (مبنا ۱/۳)

7. log(1/7)(2401) = −4 (مبنا ۱/۷)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۰ صفحه ۱۰۳ مسئله

۳) در هر کدام از موارد زیر یک تساوی شامل لگاریتم داده شده است. مانند قسمت (الف)، تساوی شامل عدد توان‌دار متناظر با هر کدام را بنویسید. الف) 64 = 2^6 <-> 6 = log2(64) ب) 3− = (64)log(1/4) پ) 6 = log_a(9) ت) 2 = log_b(c) ث) x = log3(2) ج) 1/5 = log(32)(2)

1. 2^6 = 64

2. (1/4)^(−3) = 64

3. a^6 = 9

4. b^2 = c

5. 3^x = 2

6. 32^(1/5) = 2

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۱ صفحه ۱۰۳ مسئله

۴) حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید: الف) ... = log7(49) ب) ... = log5(125) پ) ... = log2(128) ت) ... = log2(1/8) ث) ... = log(0.0001)

1. 7^2 = 49 پس 2 = log7(49).

2. 5^3 = 125 پس 3 = log5(125).

3. 2^7 = 128 پس 7 = log2(128).

4. 2^(−3) = 1/8 پس −3 = log2(1/8).

5. 10^(−4) = 0.0001 پس −4 = log(0.0001).

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ صفحه ۱۰۳ مسئله

۵) با استفاده از ماشین حساب، حاصل لگاریتم‌های زیر را تا دو رقم اعشار بنویسید: الف) ... = log 50 ب) ... = log 12 پ) ... = log 2

۱. log 50 ~ 1.70

۲. log 12 ~ 1.08

۳. log 2 ~ 0.30

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۳ صفحه ۱۰۳ مسئله

۶) نوعی باکتری را در نظر بگیرید که وزن آن‌ها پس از ۱ واحد زمانی ۴ برابر می‌شود. الف) پس از چند واحد زمانی، وزن ۱ گرم از این باکتری‌ها ۶۴ گرم خواهد شد؟ ب) پس از چند واحد زمانی، وزن این باکتری‌ها ۳۲ گرم خواهد شد؟

پس از t واحد زمانی وزن باکتری‌ها 4^t گرم می‌شود.

الف) 4^3 = 64 = 4^t پس t = log4(64) = 3.

پس از ۳ واحد زمانی.

ب) 4^t = 32. چون 4^t = 2^(2t) و 32 = 2^5، پس 2t = 5 و t = 5/2 = 2.5؛ یعنی t = log4(32) = 2.5.

پس از ۲٫۵ واحد زمانی.

۱۴ صفحه ۱۰۳ مسئله

۷) در هر مورد زیر، یک تساوی شامل عددی توان‌دار و تساوی لگاریتمی متناظر با آن را طوری بنویسید که حاصل لگاریتم، عددی با ویژگی خواسته‌شده باشد. الف) عدد طبیعی ب) عدد صحیح منفی پ) عدد گویا

پاسخ‌ها نمونه‌اند و پاسخ‌های دیگر نیز درست است؛ منظور از ویژگی، نوع مقدار لگاریتم است.

۱. 2^3 = 8 و log2(8) = 3 (۳ عدد طبیعی است).

۲. 10^(−2) = 0.01 و log(0.01) = −2 (۲− عدد صحیح منفی است).

۳. 9^(1/2) = 3 و log9(3) = 1/2 (۱/۲ عدد گویا است).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۵ صفحه ۱۰۴ فعالیت

۱) جدول زیر را کامل کنید. (ستون‌ها: log bc ، bc ، log c ، log b ، c ، b) سطر اول: b = 1000، c = 10 سطر دوم: b = 10، c = 1000 سطر سوم: b = 100، c = 0.1 سطر چهارم: b = sqrt(10)، c = cuberoot(10) سطر پنجم: b = 10^x، c = 10^y

۲) در هر سطر چه رابطه‌ای بین اعداد ستون‌های log b و log c و ستون log bc وجود دارد؟

۳) این رابطه را به صورت یک جمله بیان نمایید و آن را با زبان ریاضی بنویسید.

۱) مقدار log b و log c را از توان ۱۰ می‌خوانیم و bc را محاسبه می‌کنیم:

جدول کامل‌شده

b	c	log b	log c	bc	log bc
1000	10	3	1	10000	4
10	1000	1	3	10000	4
100	0.1	2	−1	10	1
10^(1/2)	10^(1/3)	1/2	1/3	10^(5/6)	5/6
10^x	10^y	x	y	10^(x+y)	x+y

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) در هر سطر، عدد ستون log bc برابر **مجموع** اعداد ستون‌های log b و log c است؛ مثلاً 4 = 1 + 3.

۳) لگاریتم حاصل‌ضرب دو عدد مثبت برابر مجموع لگاریتم‌های آن دو عدد است:

(b, c > 0) log(bc) = log b + log c

۱۶ صفحه ۱۰۶ کار در کلاس

با استفاده از ماشین حساب، log(100 + 1000) و log 100 + log 1000 را با تقریب تا دو رقم اعشار به دست آورید و در مربع علامت مساوی (=) یا نامساوی (≠) قرار دهید.

```
log(100 + 1000) = log(1100) ~ 3.04
log 100 + log 1000 = 2 + 3 = 5
```

log(100 + 1000) ≠ log 100 + log 1000

به‌طور کلی log(a + b) ≠ log a + log b؛ لگاریتم مجموع با مجموع لگاریتم‌ها برابر نیست.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۷ صفحه ۱۰۶ کار در کلاس

۱) حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید. الف) ... = log 4 + log 25 ب) ... = log(100) + log(sqrt(10)) پ) ... = log 20 + log 2 + log 2.5

۲) فاصله‌ی دورترین ستاره‌ای که با چشم غیرمسلح قابل رؤیت است از زمین، 5056119722 x 10^11 برابر فاصله‌ی زمین از خورشید است. فاصله‌ی این ستاره از زمین را با استفاده از ماشین حساب به دست آورید. (فاصله‌ی زمین تا خورشید ۱۴۹۶۸۰۰۰۰ کیلومتر)

۱. log 4 + log 25 = log(4 x 25) = log 100 = 2

۲. log(sqrt(10)) + log 100 = log(100 sqrt(10)) = log(10^(5/2)) = 5/2

۳. log 20 + log 2 + log 2.5 = log(20 x 2 x 2.5) = log 100 = 2

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) فاصله برابر است با 5056119722 x 10^11 x 149680000. لگاریتم‌ها را با ماشین حساب به دست می‌آوریم:

```
log(149680000) ~ 8.175
log(5056119722) ~ 9.704
log(10^11) = 11
```

طبق خاصیت ضرب: 8.175 + 9.704 + 11 = 28.879 ~ log(فاصله)؛ پس 10^28 x 7.57 ~ 10^28.879.

فاصله‌ی ستاره از زمین تقریباً 10^28 x 7.57 کیلومتر است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir
توشه ای برای موفقیت

۱۸ صفحه ۱۰۷ فعالیت

۱) جدول زیر را کامل کنید. (ستون‌ها: log(b/c) ، log c ، log b ، b/c ، c ، b) سطر اول: b = 1000، c = 100
سطر دوم: b = 100، c = 10 سطر سوم: b = 100، c = 0.1 سطر چهارم: b = 10^(3/2)، c = 10^(1/2) سطر پنجم: b = 10^x، c = 10^y

۲) در هر سطر چه رابطه‌ای بین اعداد ستون‌های log b و log c و ستون log(b/c) وجود دارد؟ این رابطه را به صورت یک جمله بیان کنید و آن را با زبان ریاضی بنویسید.

جدول کامل‌شده

b	c	b/c	log b	log c	log(b/c)
1000	100	10	3	2	1
100	10	10	2	1	1
100	0.1	1000	2	−1	3
10^(3/2)	10^(1/2)	10	3/2	1/2	1
10^x	10^y	10^(x−y)	x	y	x−y

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) در هر سطر، log(b/c) برابر **log b منهای log c** است؛ یعنی لگاریتم خارج‌قسمت دو عدد مثبت برابر لگاریتم مقسوم منهای لگاریتم مقسوم‌علیه است:

(b, c > 0) log(b/c) = log b − log c

۱۹ صفحه ۱۰۷ **کار در کلاس**

با استفاده از ماشین حساب، log(8 − 2) و log 8 − log 2 را با تقریب دو رقم اعشار به دست آورید و در مربع علامت مناسب مساوی (=) یا نامساوی (≠) قرار دهید.

```
log(8 - 2) = log 6 ~ 0.78
log 8 - log 2 ~ 0.90 - 0.30 = 0.60
```

log(8 − 2) ≠ log 8 − log 2

به‌طور کلی log(a − b) ≠ log a − log b.

۲۰ صفحه ۱۰۸ **کار در کلاس**

۱) حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید. الف) ... = log 2 − log 20 ب) ... = log(0.001) − log(1000)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲) با تکمیل نقطه‌چین‌ها، نتیجه‌ی فعالیت (۵) را با استفاده از خاصیت لگاریتم ضرب دو عدد به دست آورید

(b, c > 0). log(b/c) + log c = log(b/c x ...) = log ... بنابراین: log(b/c) = ...

۱. log 20 − log 2 = log(20/2) = log 10 = 1

۲. log 0.001 − log 1000 = (−3) − 3 = −6 (یا log(0.001/1000) = log(10^(−6)) = −6)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) طبق خاصیت ضرب:

```
log(b/c) + log c = log(b/c x c) = log b
```

پس با انتقال log c به طرف دیگر:

log(b/c) = log b − log c

۲۱ صفحه ۱۰۸ **فعالیت**

۱) جدول زیر را تکمیل کنید. (ستون‌ها: $\log b^n$ ، $\log b$ ، b^n ، n ، b) سطر اول: b = 10، n = 5 سطر دوم: b = 100، n = 2 سطر سوم: b = 0.1، n = 3 سطر چهارم: b = sqrt(10)، n = 4 سطر پنجم: b = 10^x، n دلخواه

۲) در هر سطر، چه رابطه‌ای بین اعداد ستون‌های n و log b و عدد ستون $\log b^n$ وجود دارد؟ این رابطه را به صورت یک جمله بیان کنید و آن را با زبان ریاضی بنویسید.

جدول کامل‌شده

b	n	b^n	log b	$\log b^n$
10	5	100000	1	5
100	2	10000	2	4
0.1	3	0.001	−1	−3
sqrt(10)	4	100	1/2	2
10^x	n	10^(nx)	x	nx

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) در هر سطر، $\log b^n$ برابر حاصل‌ضرب n در log b است؛ مثلاً 5 x 1 = 5 و 4 x 1/2 = 2. یعنی لگاریتم توان یک عدد مثبت برابر توان ضرب در لگاریتم آن عدد است:

(b > 0) log(b^n) = n log b

۲۲ صفحه ۱۰۹ کار در کلاس

۱) حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید. الف) ... = log5(200) − 3 log5(2) ب) log2(12) − (1/2) log2(36) = ...

۲) عبارت‌های زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید (b, c, x > 0). الف) 4 log b + (1/2) log c − 6 log 5 ب) 2 log x − log(x)

۱. log5(200) − 3 log5(2) = log5(200) − log5(2^3) = log5(200/8) = log5(25) = 2

۲. log2(12) − (1/2) log2(36) = log2(12) − log2(36^(1/2)) = log2(12) − log2(6) = log2(2) = 1

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱. 4 log b + (1/2) log c − 6 log 5 = log(b^4) + log(sqrt(c)) − log(5^6) = log(b^4 sqrt(c) / 5^6)

۲. 2 log x − log x = log(x^2) − log x = log(x^2 / x) = log x

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۳ صفحه ۱۱۰ فعالیت

۱) جدول زیر را کامل کنید. (ستون‌ها: (log b)/(log a) ، log_a(b) ، log a ، log b ، a ، b) سطر اول: b = 100، a = 10 سطر دوم: b = 10، a = 100 سطر سوم: b = sqrt(10)، a = 10 سطر چهارم: b = 1000، a = 100

۲) با مقایسه‌ی اعداد دو ستون آخر چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ چه رابطه‌ای بین log_a(b) و (log b)/(log a) وجود دارد؟

جدول کامل‌شده

b	a	log b	log a	log_a(b)	log b / log a
100	10	2	1	2	2
10	100	1	2	1/2	1/2
sqrt(10)	10	1/2	1	1/2	1/2
1000	100	3	2	3/2	3/2

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) اعداد دو ستون آخر در هر سطر با هم برابرند؛ یعنی:

log_a(b) = log b / log a (a, b > 0 و a ≠ 1)

۲۴ صفحه ۱۱۱ کار در کلاس

با استفاده از ماشین حساب حاصل log5(8) را به دست آورید: ... = log 8 / log 5

طبق خاصیت تغییر مبنا:

```
log5(8) = log 8 / log 5 ~ 0.903 / 0.699 ~ 1.29
```

log5(8) ~ 1.29

۲۵ صفحه ۱۱۱ کار در کلاس

حاصل هر کدام از قسمت‌های زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید. الف) log 4 / log 3 ب) 2 + log5(3)

1. طبق خاصیت تغییر مبنا: log3(4) = log 4 / log 3.
2. log5(25) = 2؛ پس log5(75) = log5(3) + log5(25) = log5(3) + 2.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۶ صفحه ۱۱۲ مسئله

۱) عبارت‌های زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید و در صورت امکان ساده کنید. الف) log 5 + log 2 = ... ب) log 4000 − log 4 = ... پ) 2 log 50 + 2 log 2 = ... ت) 5 log x − log y = ... ث) 2 log a + 3 log b − 2 log z − 4 log a = ... ج) 4 log 3 + log 4 = ... چ) 4 log 5 − log 3 = ...

1. log 5 + log 2 = log(5 x 2) = log 10 = 1
2. log 4000 − log 4 = log(4000/4) = log 1000 = 3
3. 2 log 50 + 2 log 2 = log 50^2 + log 2^2 = log(2500 x 4) = log 10000 = 4
4. 5 log x − log y = log x^5 − log y = log(x^5 / y)
5. 2 log a + 3 log b − 2 log z − 4 log a = −2 log a + 3 log b − 2 log z = log(b^3 / (a^2 z^2))
6. 4 log 3 + log 4 = log 81 + log 4 = log 324
7. 4 log 5 − log 3 = log 625 − log 3 = log(625/3)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۷ صفحه ۱۱۲ مسئله

۲) اگر log 2 ~ 0.301 و log 3 ~ 0.477، حاصل عبارات زیر را به دست آورید. الف) log 4 ب) log 6 پ) log 18 ت) log(2/3) ث) log 5 ج) log 45

1. log 4 = log 2^2 = 2 log 2 ~ 2 x 0.301 = 0.602
2. log 6 = log 2 + log 3 ~ 0.301 + 0.477 = 0.778
3. log 18 = log(2 x 3^2) = log 2 + 2 log 3 ~ 0.301 + 0.954 = 1.255
4. log(2/3) = log 2 − log 3 ~ 0.301 − 0.477 = −0.176
5. log 5 = log(10/2) = log 10 − log 2 ~ 1 − 0.301 = 0.699
6. log 45 = log(9 x 5) = 2 log 3 + log 5 ~ 0.954 + 0.699 = 1.653

۲۸ صفحه ۱۱۲ مسئله

۳) درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید. الف) log100(10) = 1/2 ب) log 100 + log 0.01 = 0 پ) log(1000^2) = 2^(log 1000)

1. log100(10) = log 10 / log 100 = 1/2؛ همچنین 100^(1/2) = 10؛ پس تساوی **درست** است.
2. log 100 + log 0.01 = 2 + (−2) = 0؛ (یا log(100 x 0.01) = log 1 = 0)؛ پس تساوی **درست** است.
3. log(1000^2) = log(10^6) = 6 ولی (log 1000)^2 = 3^2 = 9؛ چون 6 ≠ 9، تساوی **نادرست** است.
   (درست: log(1000^2) = 2 log 1000 = 6)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۹ صفحه ۱۱۲ مسئله

۴) الف) با استفاده از ماشین حساب تقریب اعشاری اعداد log 20 و log 30 و log 600 را تا دو رقم اعشار به دست آورید. آیا تساوی log(30 x 20) = log 30 x log 20 برقرار است؟ ب) به کمک قسمت (الف) در مربع علامت مناسب (≠ یا =) را قرار دهید: برای اعداد مثبت a و b در حالت کلی داریم: log(b x a) ... log b x log a

الف) log 20 ~ 1.30، log 30 ~ 1.48، log 600 ~ 2.78.

```
log 30 x log 20 ~ 1.48 x 1.30 ~ 1.92
log(30 x 20) = log 600 ~ 2.78
```

چون 2.78 ≠ 1.92، تساوی **برقرار نیست**.

ب)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

log b x log a ≠ log(b x a)

(لگاریتم حاصل‌ضرب برابر **مجموع** لگاریتم‌هاست، نه حاصل‌ضرب آن‌ها.)

۳۰ صفحه ۱۱۲ **مسئله**

۵) باکتری‌هایی را در نظر بگیرید که وزن آن‌ها پس از ۱ واحد زمانی ۲ برابر می‌شود. با استفاده از ماشین حساب تعیین کنید پس از چند واحد زمانی وزن این باکتری‌ها (از ۱ گرم) ۲۰ گرم خواهد شد؟

2^t = 20 پس t = log2(20). با تغییر مبنا:

```
t = log 20 / log 2 ~ 1.301 / 0.301 ~ 4.32
```

پس از تقریباً ۴٫۳۲ واحد زمانی.

(درستی: 2^4.32 ~ 20.)

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir